

# 卡榫組裝應變分析

PC/ABS 外殼上蓋的懸臂卡榫 (snap-fit)，梁長 10 mm、根部厚 1.5 mm、寬 5 mm、扣合深度 0.8 mm。以有限元素法計算組裝時根部的最大應變，對照材料的容許應變，比較四種卡榫外形，並估算組裝力。

材料 PC/ABS (E 2300 MPa)    扣合深度 0.8 mm    判定 反覆拆裝  $\epsilon \leq 1.5\%$     求解器 CalculiX 2.22  
建模 FreeCAD 1.0.2 + Gmsh 4.13

## 摘要

**建議採用 D：漸縮梁 + 根部 R0.75、梁長加到 11 mm。根部最大應變 1.16 %，低於反覆拆裝容許值 1.5 %，安全係數 1.29；組裝力 5.3 N。**

|        |             |      |
|--------|-------------|------|
| 根部最大應變 | 容許應變 (反覆拆裝) | 安全係數 |
| 1.16 % | 1.5 %       | 1.29 |
| 偏折力 P  | 組裝力 W       |      |
| 3.53 N | 5.3 N       |      |

- **A 直角根部不合格，而且數值不可信。**網格越細應變越大 (2.22 → 2.77 → 4.68 %)，這是尖角的應力奇異點。直角卡榫的實際應變一定高於手算的 1.79 %，射出成型後常從這裡裂開。
- **B 加了圓角仍不合格。**收斂值 2.07 %，超過反覆拆裝容許值 1.5 % (安全係數 0.72)。只組裝一次、之後不再拆的產品勉強可用 (2.5 % 以內)。

- **C 漸縮梁剛好合格，但裕度只有 7 %。**收斂值 1.41 %。扣合深度只要因公差多 0.1 mm，應變就會升到約 1.58 %，超過容許值。
- **D 把梁加長 1 mm 解決了裕度問題。**應變降到 1.16 %；扣合深度多 0.1 mm 時約 1.31 %，仍然合格。代價是卡榫多佔 1 mm 空間，以及扣持力下降（偏折力從 4.69 N 降到 3.53 N）。  
需要確認的事項
- 容許應變 1.5 % 取自材料商設計手冊的通用值，量產前要以實際料號的資料確認。
- 扣持力是否足夠（上蓋不會因為掉落或碰撞而鬆脫），這次沒有評估，建議實測拔出力。

## 1 · 範圍

### 目的與範圍

#### 這次要回答的問題

- 組裝時卡榫根部的最大應變是否低於材料的容許應變？
- 根部圓角、梁的漸縮、梁長，各能降低多少應變？
- 組裝一次需要多大的力？

卡榫尺寸是依常見的外殼卡榫設計訂定的代表性案例，並非量自特定產品。換成實際圖面時，重跑同一套腳本即可。

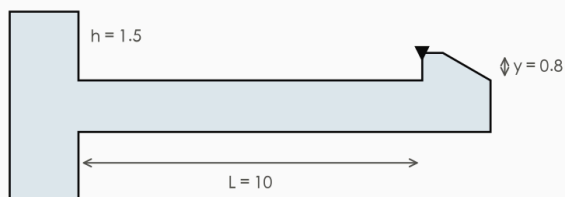
#### 這次沒有分析的項目

- 扣持力與拔出力（上蓋受拉時卡榫是否脫開）
- 長時間扣合下的潛變與應力鬆弛
- 反覆拆裝的疲勞壽命
- 高溫、低溫環境下的材料性質變化（本分析為 23 °C）
- 對手件的變形（對手件假設為剛體）
- 射出成型的殘留應力、縫合線、纖維配向

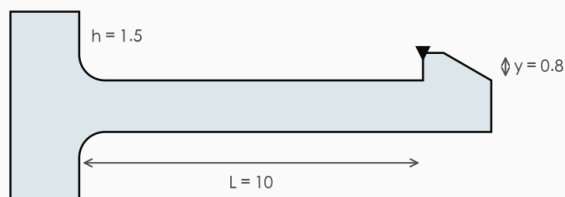
## 2 · 模型

### 幾何與方案

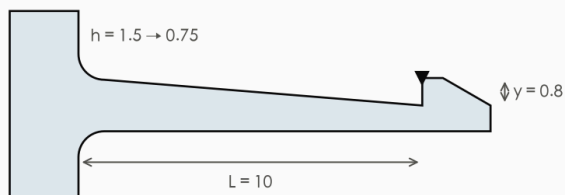
A 等厚 直角



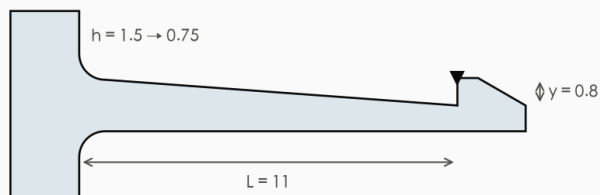
B 等厚 R0.75



C 漸縮 R0.75



D 漸縮 R0.75 L11



側視剖面 (mm)，寬度  $b = 5$  mm。▼ 為施加 0.8 mm 位移的線（對手件接觸位置）；左側牆面背面固定。

圖 1 四個方案的側視剖面 (mm)。A 是常見的初版設計，根部為直角。B 在根部上下各加 R0.75 圓角 ( $r/h = 0.5$ )。C 再把梁厚從根部 1.5 mm 線性漸縮到鉤子處 0.75 mm。D 與 C 相同，但梁長加到 11 mm。▼ 是施加 0.8 mm 位移的位置。

## 模型簡化

- 只取卡榫和它根部的一小段上蓋牆面 (2 mm 厚)。牆面背面完全固定，代表上蓋本體的剛性遠大於卡榫。
- 對手件以剛體表示：組裝到最深處時，對手件的邊緣把鉤子往內推 0.8 mm（等於扣合深度）。
- 接觸以「指定位移」表示，不做接觸分析。這是卡榫設計的標準做法，最大應變發生在鉤子被推到底的瞬間。
- 鉤子的導入角  $30^\circ$ 、扣持面  $90^\circ$ ，只影響組裝力的計算，不影響應變。

## 主要尺寸

梁長 L

10 mm

D : 11 mm

根部厚 h

1.5 mm

C、D 漸縮到 0.75 mm

寬度 b

5 mm

扣合深度 y

0.8 mm

根部圓角

R0.75

B、C、D；A 為直角

導入角  $\alpha$

$30^\circ$

### 3 · 材料

## 材料與判定標準

| 項目         | 數值       | 來源 / 說明                                                    |
|------------|----------|------------------------------------------------------------|
| 材料         | PC/ABS   | 外殼常用的工程塑膠；未指定料號                                            |
| 楊氏模數 $E$   | 2300 MPa | PC/ABS 典型值（假設）；線彈性                                         |
| 蒲松比 $\nu$  | 0.36     | PC/ABS 典型值（假設）                                             |
| 容許應變，一次組裝  | 2.5 %    | Covestro 《Snap-Fit Joints for Plastics》表 2，Bayblend PC/ABS |
| 容許應變，反覆拆裝  | 1.5 %    | 同上，取一次組裝值的 60 %。 <b>本報告的判定標準</b>                           |
| 摩擦係數 $\mu$ | 0.5      | 塑膠對塑膠的常用估計值（假設），只用於組裝力                                     |

判定用應變而不用應力：塑膠的應力-應變曲線在 1~2 % 以後就明顯彎曲，線彈性算出的應力會高估；材料商的卡榫設計手冊一律以應變作為判定依據。上蓋會因插拔 SD 卡等需求反覆打開，所以採用反覆拆裝的容許值。安全係數 = 容許應變 ÷ 計算應變。

### 4 · 負載與邊界條件

## 負載與邊界條件

|                             |                                                              |                                |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| 固定<br>牆面背面，全自由度<br>上蓋本體視為剛體 | 負載<br>鉤子頂邊 $u_z = -0.8 \text{ mm}$<br>一條線， $x$ 、 $y$ 方向與轉動自由 | 負載型式<br>指定位移<br>等於扣合深度，組裝到底的瞬間 |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------|

|                          |                            |                                     |
|--------------------------|----------------------------|-------------------------------------|
| 溫度<br>23 °C<br>與容許應變資料一致 | 對手件<br>剛體<br>不建模，以指定位移代替接觸 | 摩擦<br>不影響應變<br>$\mu = 0.5$ 只用於換算組裝力 |
|--------------------------|----------------------------|-------------------------------------|

位移加在鉤子頂端的一條邊上，而不是整個鉤子頂面：加在整個面上會鎖住鉤子的轉動，懸臂變成端點導向梁，偏折力會被高估將近一倍（試算時得到 13.7 N，改用線負載後為 7.65 N，手算 7.72 N）。

5 · 求解設定

求解設定

|                                     |                                                         |                                               |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 分析類型<br>線性靜力<br>另以幾何非線性（NLGEOM）檢核   | 元素<br>C3D10<br>10 節點二次四面體                               | 網格<br>Gmsh Delaunay<br>根部圓角區以 Box field 加密    |
| 求解器<br>CalculiX 2.22<br>spooles 直接解 | 評估量<br>最大主應變 $ \epsilon $<br>根部區 $-1 < x < 3$ mm 的節點最大值 | 計算時間<br>5 秒~4 分鐘 / case<br>0.3 mm 到 0.1 mm 網格 |

6 · 結果

四種方案比較

| 方案                              | 根部最大應變                        | 判定 ( $\leq 1.5\%$ ) | 安全係數 | 手算名目 |
|---------------------------------|-------------------------------|---------------------|------|------|
| D 漸縮 + R0.75，L 11<br>建議方案       | <div><div></div></div> 1.16 % | 合格                  | 1.29 | 0.91 |
| C 漸縮 + R0.75<br>厚 1.5 → 0.75 mm | <div><div></div></div> 1.41 % | 裕度小                 | 1.07 | 1.16 |
| B 等厚 + R0.75<br>只加圓角            | <div><div></div></div> 2.07 % | 不合格                 | 0.72 | 1.79 |

| 方案                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 根部最大應變                                                                                    | 判定 ( $\leq 1.5\%$ ) | 安全係數 | 手算名目值 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|------|-------|
| <b>A 等厚、直角</b><br>初版設計<br>長條刻度 0–5 %。數值取最細網格（根部 0.1 mm）。* A 的根部是尖角，應變隨網格加密持續上升、不收斂，數值只代表「遠高於容許值」，不能當作實際應變。手算名目值用 Covestro 公式：等厚 $y = 0.67 \cdot \varepsilon \cdot L^2/h$ ，漸縮 $y = 1.09 \cdot \varepsilon \cdot L^2/h$ ，不含根部應力集中。組裝力 $W = P \cdot (\mu + \tan \alpha)/(1 - \mu \cdot \tan \alpha) = 1.515 P$ 。von Mises 應力（線彈性，僅供參考）：D 26.6、C 32.2、B 47.1、A 90.5* MPa。 |  4.68 %* | 不合格                 | —    | 1.79  |

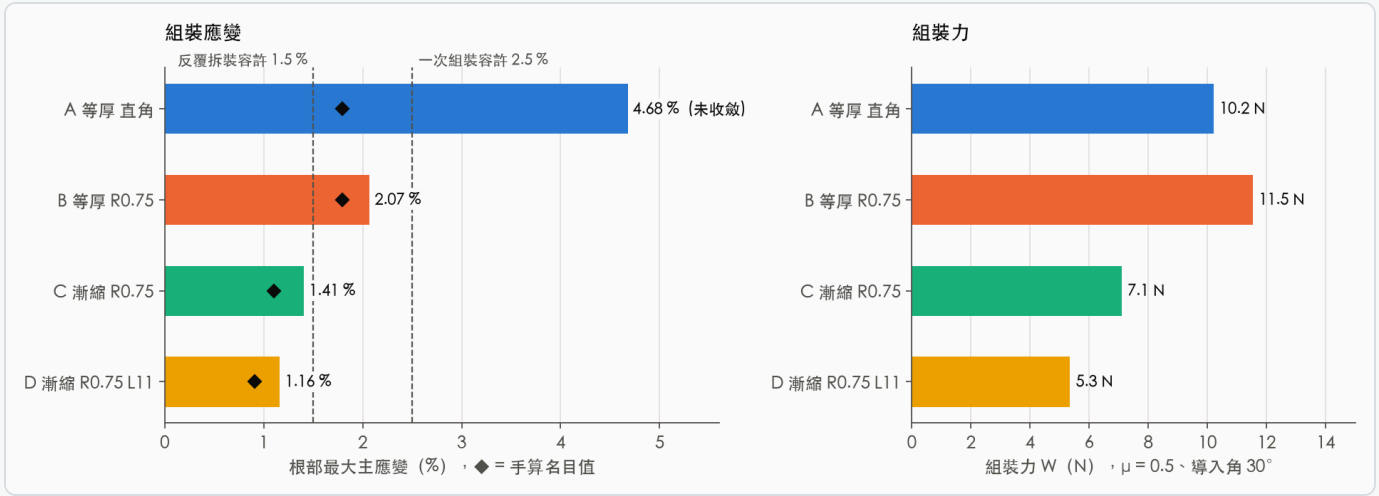
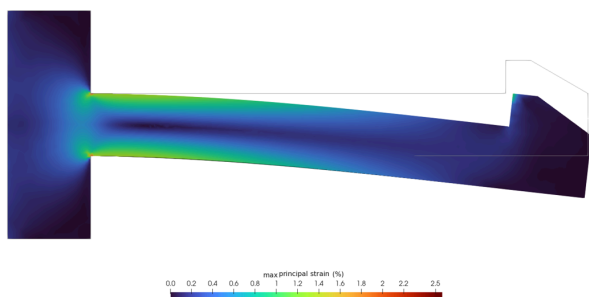


圖 2 左：根部最大應變與兩條容許值；◆ 是手算名目值。右：組裝力。兩項分開作圖，不共用座標軸。FEM 值都高於手算值，差距就是根部的應力集中。

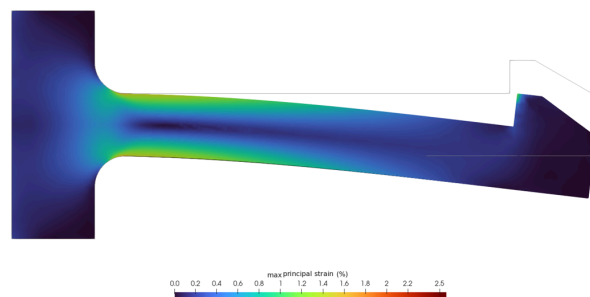
## 應變分布

四格排列相同：左上 A、右上 B、左下 C、右下 D（建議）。色階一律 0–2.5 %（一次組裝容許值），超過 2.5 % 以深紅色表示。變形為真實比例，灰線是未變形的輪廓。

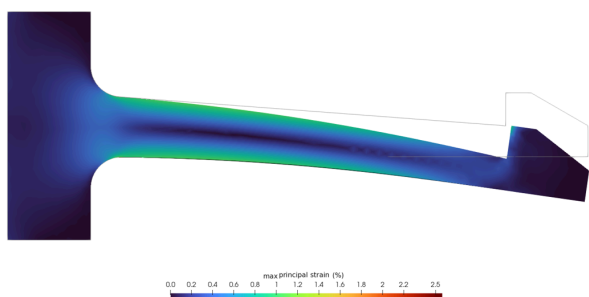
A 等厚 直角



B 等厚 R0.75



C 漸縮 R0.75



D 漸縮 R0.75 L11 (建議)

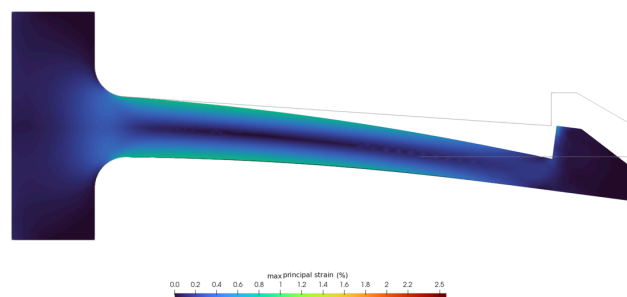
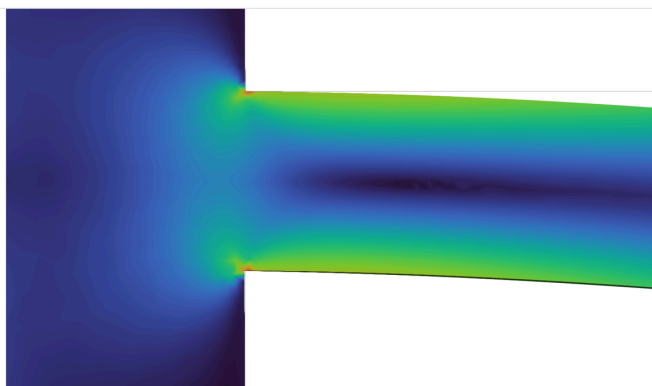
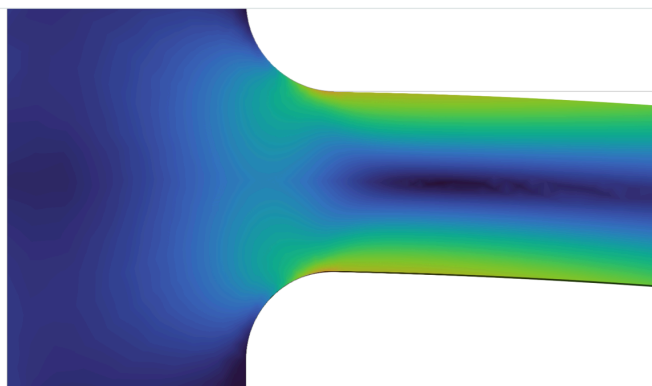


圖 3 組裝到底時的變形與最大主應變 (0–2.5 %)。等厚梁 (A、B) 的高應變集中在根部，往鉤子方向線性遞減。漸縮梁 (C、D) 的應變沿梁長分布得比較平均，材料利用得更充分，根部峰值因此下降。

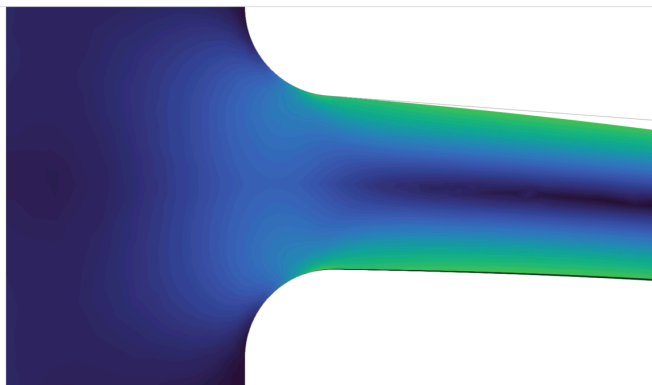
A 等厚 直角



B 等厚 R0.75



C 漸縮 R0.75



D 漸縮 R0.75 L11 (建議)

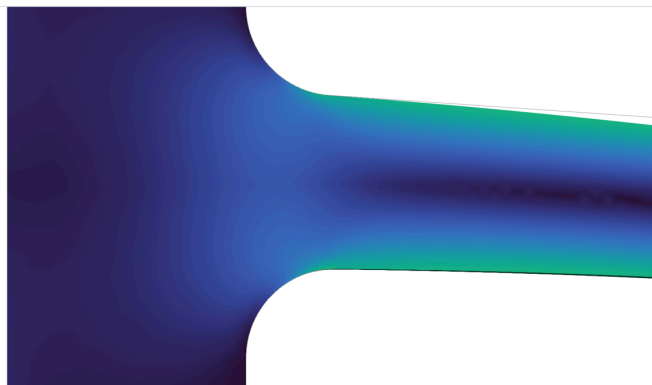


圖 4 根部特寫，色階同圖 3。A 的上下兩個直角各有一個紅點，這就是不收斂的奇異點。

B、C、D 的最大值出現在圓角和梁面的交界處，位置平順，網格加密後數值穩定。

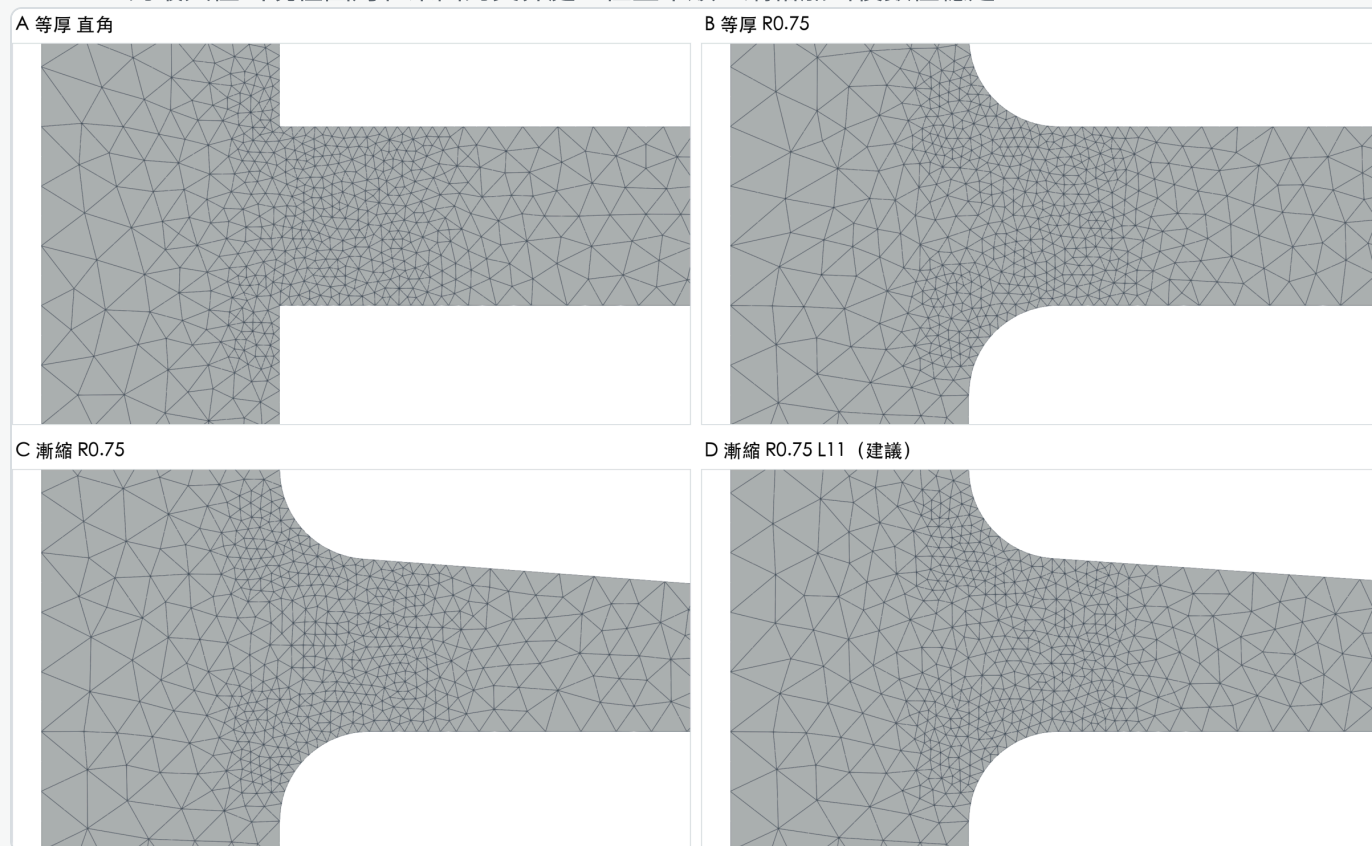


圖 5 最細網格的根部特寫（根部圓角區 0.1 mm、梁本體 0.3 mm）。加密區只包住上下圓角的表層，應變最大的位置都在加密區內。

## 網格收斂與結果驗證

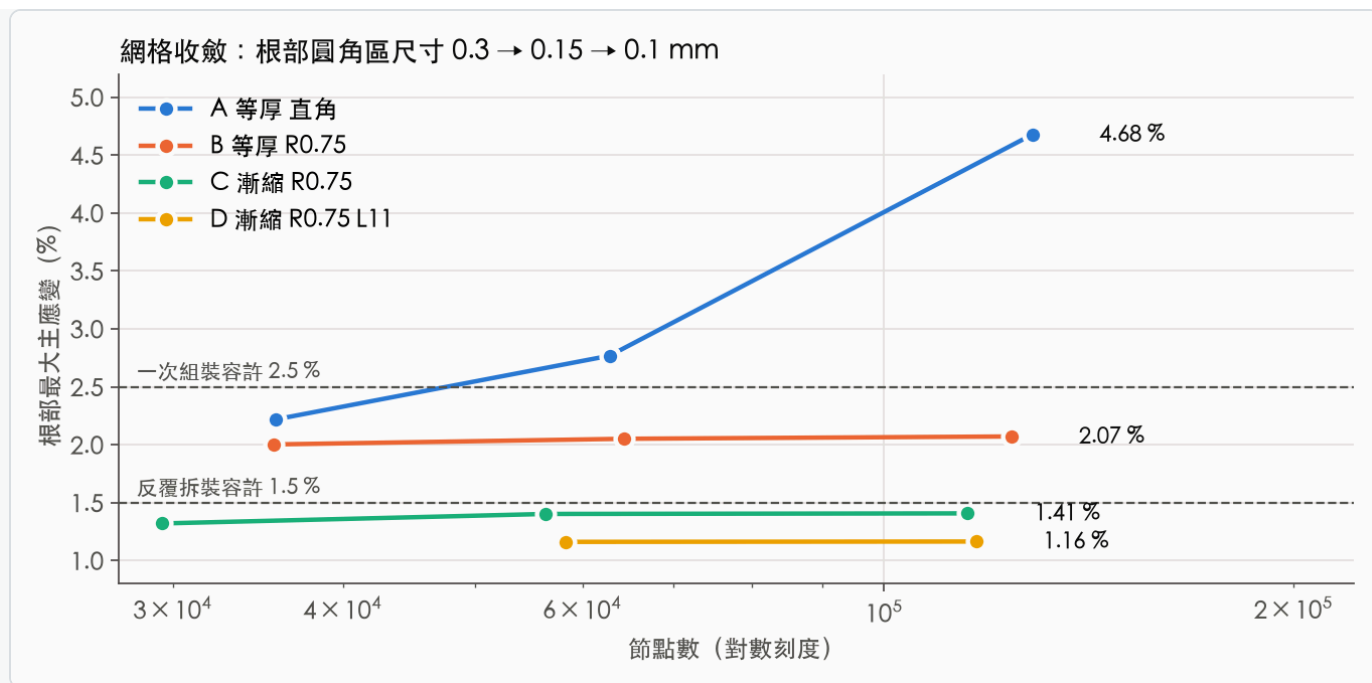


圖 6 網格收斂：根部加密區尺寸 0.3 → 0.15 → 0.1 mm。B、C、D 從 0.15 加密到 0.1 mm 時，應變只變化 +1.0 %、+0.4 %、+0.3 %，已經收斂。A 從 2.22 % 一路升到 4.68 %，典型的奇異點行為。

## 驗證項目

- **偏折力對照手算：**FEM 反力與手算公式差 -1.3 % (B：7.62 對 7.72 N；C：4.69 對 4.75 N)、-1.0 % (D：3.53 對 3.57 N)。邊界條件與材料設定正確。
- **應變對照手算：**FEM 根部應變是手算名目值的 1.16 倍 (B)、1.28 倍 (C、D)。多出的部分就是根部圓角的應力集中，手算公式本來就不包含。
- **沿梁長的應變分布：**離開根部之後，FEM 與梁理論幾乎重合 (圖 7)，確認模型在梁本體的行為正確。
- **幾何非線性檢核：**以 0.15 mm 網格改用 NLGEOM 重算，根部應變變化 +0.1 % (B)、-2.9 % (C)；偏折力降低約 3 %。線性解略為保守，足以用於判定。

## 網格規模 (最細網格)

| 方案 | 節點      | 元素     | 0.15→0.1 mm 變化 |
|----|---------|--------|----------------|
| A  | 128,509 | 87,295 | +69 % (發散)     |
| B  | 124,145 | 84,632 | +1.0 %         |
| C  | 115,159 | 78,180 | +0.4 %         |
| D  | 116,863 | 79,266 | +0.3 %         |

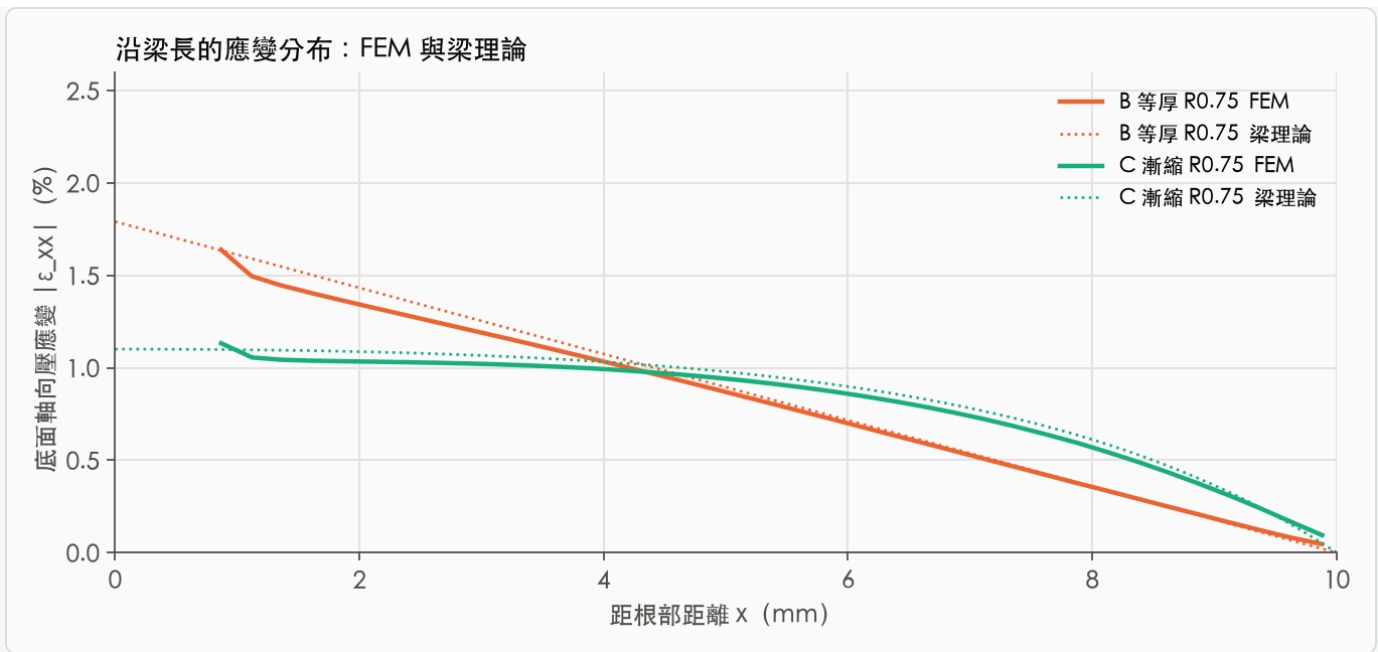


圖 7 底面軸向應變沿梁長的分布，實線 FEM、虛線梁理論。FEM 曲線從  $x \approx 0.9$  mm 開始，因為更靠近根部的底面是圓角曲面，不在  $z = 0$  平面上。梁本體兩者吻合；漸縮梁 (C) 的應變在前半段幾乎等值，這就是漸縮設計降低峰值的原因。

## 不確定度

- 尚無實測數據。數值誤差（網格、非線性）估計在  $\pm 3\%$  以內。
- 最大的不確定來源是材料：容許應變與 E 都是通用值，不同料號可能差  $\pm 20\%$  以上。

## 敏感度（依 $\varepsilon \propto y \cdot h / L^2$ 由 FEM 值換算）

- 扣合深度 +0.1 mm (0.9 mm)：C 升到 1.58 %（**不合格**）；D 升到 1.31 %（合格）。
- 根部厚度 +0.05 mm：C 1.45 %、D 1.20 %。
- 應變與扣合深度成正比，扣合深度的公差是最需要管控的尺寸。

## 限制

- 材料為線彈性，E 取初始模數。塑膠在 1~2 % 應變時的割線模數較低，實際偏折力與組裝力會比表列值低；應變判定不受影響。
- 對手件視為剛體、以指定位移代替接觸分析，沒有計入對手件本身的變形（會讓實際應變略低，偏保守）。
- 上蓋牆面只取 2 mm 厚、背面完全固定。實際牆面較柔，根部轉動會讓應變略低，偏保守。
- 容許應變與摩擦係數是設計手冊的通用值，沒有針對特定料號。
- 只分析 23 °C 的單次組裝，沒有評估潛變、疲勞、溫度影響與成型缺陷。

## 設計建議與後續驗證

### 設計建議

1. **採用方案 D**：漸縮 1.5 → 0.75 mm、根部上下 R0.75、梁長 11 mm。
2. **卡樁根部一律不要做直角**。直角根部的應變無法算準，實際上會高於任何手算值。圓角半徑至少取根部厚度的一半 ( $r/h \geq 0.5$ )。
3. 空間不允許加長時，改把扣合深度降到 0.7 mm：依比例換算 C 的應變約 1.23%，但扣持力也會跟著下降，需要重新確認。
4. 圖面上扣合深度標註公差（建議 0.8 +0 / -0.1 mm），避免因上偏差讓應變超標。
5. 若產品只組裝一次、之後不再拆開，B 或 C 也可接受（容許值 2.5 %）。

### 建議實測

- **組裝力**：以拉力機量測組裝到底的峰值力，對照預估的 5.3 N（實際值應略低，見限制）。
- **拔出力**：確認扣持力足夠，上蓋不會在掉落或震動時脫開。
- **反覆拆裝**：依使用情境（例如 SD 卡插拔次數）做 50~100 次拆裝，檢查根部有無白化或裂紋。
- **料號確認**：向材料商取得實際料號的容許應變與割線模數，重新判定。

## 附錄

### 手算公式（Covestro，矩形斷面懸臂卡樁）

| 項目              | 公式                                                      | 說明                    |
|-----------------|---------------------------------------------------------|-----------------------|
| 容許變形（等厚）        | $y = 0.67 \cdot \varepsilon \cdot L^2 / h$              | A、B                   |
| 容許變形（厚度漸縮到 h/2） | $y = 1.09 \cdot \varepsilon \cdot L^2 / h$              | C、D                   |
| 偏折力             | $P = (b \cdot h^2 / 6) \cdot (E \cdot \varepsilon / L)$ | $\varepsilon$ 為根部名目應變 |

| 項目                                                                                                                                                           | 公式                             | 說明                                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 假設清單                                                                                                                                                         |                                | 參考資料                                                                                                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>材料均質、等向、線彈性</li> <li>組裝力 <math>v = 0.36</math>。</li> </ul>                                                            | $W E = 2300 (MPa \tan \alpha)$ | CalculiX, 《Snap-Fit=30https://www.cad-vestro.com/Plastics - A Design Guide》：表 15 卡榫公式、表 2 容許應變、圖 9 根部圓角對應力集中的影響 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>上蓋本體剛性無限大（牆面背面固定）。</li> <li>對手件為剛體，組裝到底時鉤子被推入 0.8 mm。</li> <li>23 °C、準靜態組裝（不考慮組裝速度）。</li> <li>無殘留應力、無成型缺陷。</li> </ul> |                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>CalculiX 2.22 使用手冊（C3D10 元素、NLGEOM）</li> </ul>                           |

名詞解釋

|        |                                        |
|--------|----------------------------------------|
| FEM    | 有限元素法。把零件切成許多小元素，計算受力後的變形、應變與應力。       |
| 主應變    | 某一點在所有方向中最大的伸長或壓縮比例。卡榫以它對照材料的容許應變。     |
| 容許應變   | 材料在不產生永久變形或破壞的前提下，可以承受的最大應變。           |
| 應力集中   | 形狀突變處（例如根部轉角）的局部應力或應變高於名目值的現象。         |
| 奇異點    | 理想尖角處的理论應力為無限大，FEM 的數值會隨網格加密一直上升、無法收斂。 |
| 網格收斂   | 逐步加密網格，確認關鍵結果不再明顯改變，代表數值誤差已經夠小。        |
| NLGEOM | 幾何非線性分析，考慮大變形對剛性的影響。                   |

由 FreeCAD 1.0.2 + Gmsh 4.13 + CalculiX 2.22 + ParaView 6.1 產生。數值為線彈性有限元素預估，用於比較設計方案與初步判定，不取代實機驗證與材料商資料。